

## TI-nspire et la simulation

### Introduction : que faut-il savoir faire pour bien débuter ?

Nous allons utiliser, dans tous les exercices de cette partie, essentiellement le tableur de la TI-Nspire. Il est donc bon de se référer à la partie correspondante du document "Outils de base", en particulier pour ouvrir un classeur dans lequel on travaillera avec "Tableur & listes" (page 3).

Dans cette partie préliminaire, nous allons voir trois "manipulations" de base que nous utiliserons dans les exercices de simulation qui suivront ; elles concernent la numérotation des expériences et les générateurs de nombres aléatoires.

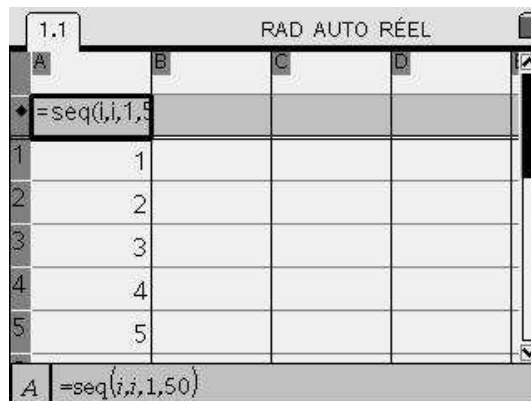
#### Entrer une colonne numérotant les individus (ou les expériences)

Nous allons utiliser trois méthodes différentes pour afficher la liste des entiers de 1 à 50.

Ouvrir un classeur et une page **Tableur & listes**.

##### a. Utilisation de la fonction seq

Entrer dans la ligne d'édition (case grisée de la colonne A) la formule =seq(i,i,1,50) et valider.



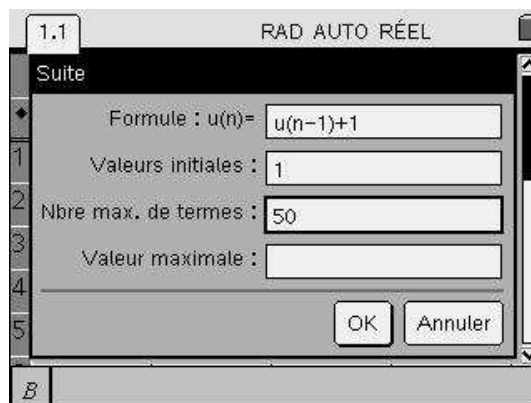
On peut aussi (écran ci-contre) utiliser l'assistant "générer une suite" :

Se placer dans la colonne B.

**b** 3 : Données, 1 : Générer une suite

Compléter comme ci-contre et valider par **a** ou **▪**.

*Remarque : comparer la formule de la ligne d'édition de cette colonne avec la précédente.*



##### b. Utilisation de la suite arithmétique de raison 1

Entrer 1 dans la cellule C1.

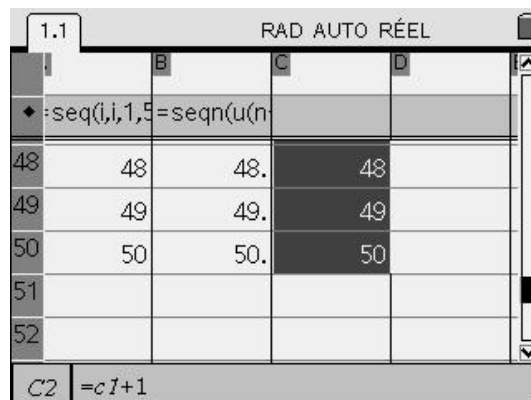
Entrer la formule =C1+1 dans la cellule C2.

Recopier la formule de C2 vers le bas jusqu'à la ligne 50 :

- se placer dans C2,
- **b** 3 : Données, 3 : Saisie rapide (ou / X),
- se déplacer vers le bas, jusqu'à la ligne 50 et valider.

##### c. Copie automatique

La méthode est quasiment identique à la précédente ; il suffit de taper 1 dans la cellule D1, puis 2 dans la cellule D2, au lieu de la formule et de sélectionner les deux cellules D1 et D2 (**g**+**£**) avant de recopier vers le bas... comme indiqué ci-dessus.

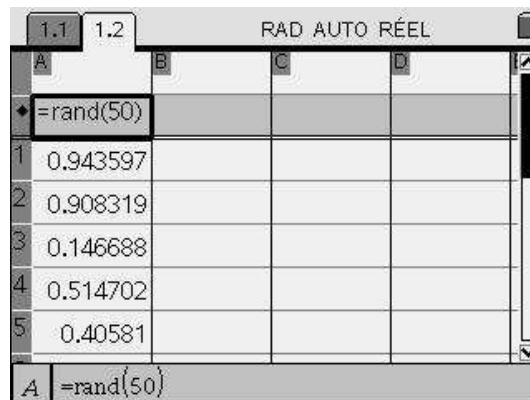


**Utiliser les générateurs de nombres "aléatoires"**

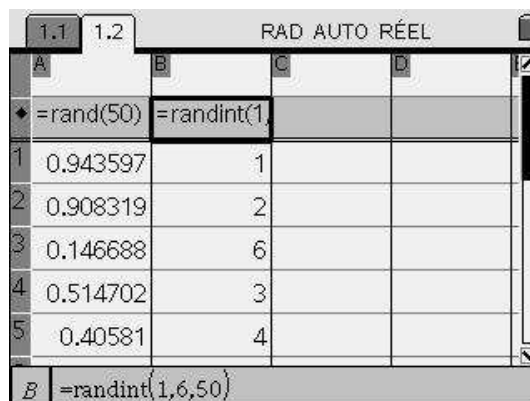
Ouvrir une nouvelle page **Tableur & listes**.

La fonction rand() simule une variable aléatoire uniformément distribuée sur [0, 1[ et rend donc un nombre "au hasard" entre 0 et 1. Elle accepte un argument optionnel – nbrEssais – qui détermine la taille de l'échantillon.

*Remarque : attention à entrer, dans la ligne d'édition et non dans une cellule, une formule utilisant le nombre d'expériences et à entrer, dans une cellule et non dans la ligne d'édition, la formule simple rand().*



La fonction randInt (min, max) simule une variable aléatoire uniforme sur l'ensemble des entiers entre min et max. Elle accepte un argument optionnel – nbrEssais – qui détermine la taille de l'échantillon.



**Exercice 1**

*On s'intéresse aux séries de "P" ou de "F" obtenues lorsqu'on lance 200 fois une pièce "normale" : lancer 200 fois une pièce de monnaie et "mesurer" la longueur des séries de piles ou faces consécutifs obtenues. Quelle est la plus longue série obtenue ? Simuler pour répondre à la question.*

Ouvrir un nouveau classeur et une page **Tableur & listes**.

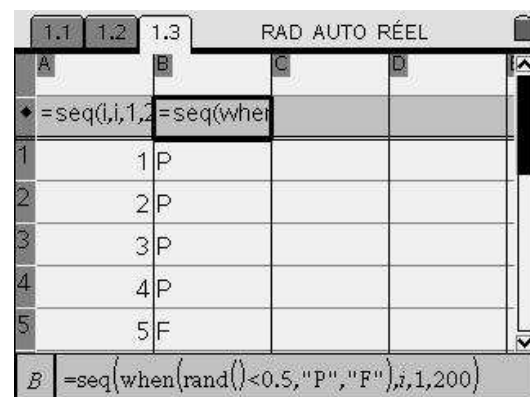
**Simuler et numéroter les lancers**

Dans la colonne A, numéroter les lancers de 1 à 200 (cf. Introduction, page 1).

Entrer dans la ligne d'édition de la colonne B la formule suivante :

$$=seq(\text{when}(\text{rand}()<.5, "P", "F"), i, 1, 200)$$

*Attention ! l'ouverture de guillemets fait apparaître automatiquement les guillemets « fermants » (ne pas les retaper).*



**Mesurer les tailles des séries de P ou F consécutifs**

Entrer 1 en C1, puis, en C2, la formule :

$$=\text{when}(B2=B1, C1+1, 1)$$

qu'il suffit de recopier jusqu'en C200...

Découverte : V Simulations à l'aide du tableur

The screenshot shows a spreadsheet window titled "RAD AUTO RÉEL". The active sheet is "1.3". The spreadsheet has columns B, C, D, and E, and rows 1 through 5. The data in the spreadsheet is as follows:

	B	C	D	E
1	P		1	
2	P		2	
3	P		3	
4	P		4	
5	F		1	

The formula bar at the bottom shows the formula: `=when(b2=b1,c1+1,1)`.

## Découverte : V Simulations à l'aide du tableur

### Evaluer la taille maximale

Entrer en D1, la formule =max(C1:C200) pour obtenir le résultat attendu...

Il suffit de réitérer : se placer sur D1 et taper / R

Enregistrer ce classeur sous Simul1, par exemple.

	A	B	C	D
1		1 F		1
2		2 P		1
3		3 F		1
4		4 F		2
5		5 F		3

D1 =max(c1:c200)

### Exercice 2 : le problème des anniversaires

*J'affirme que je suis prêt à parier que dans un groupe (une classe) de 34 personnes il y en a au moins 2 qui ont leur anniversaire le même jour. J'ajoute même que j'ai plus de 3 chances sur 4 de gagner.*

*Qu'en pensez-vous ?*

Simulation : on prend comme hypothèse de départ que les jours de naissance sont répartis au hasard sur les 365 jours possibles d'une année (on écarte d'emblée le problème des années bissextiles). Donc pour chacune des 34 personnes, on choisit au hasard un nombre entre 1 et 365 ; on obtient une liste de 34 nombres dans laquelle il suffit de regarder s'il y a 2 éléments égaux.

Ouvrir un nouveau classeur et une page **Calculs**.

### Partager la page en deux

/ C puis choisir 5 : Format de page, puis 2 : Sélectionner un format, et enfin 2 : Format 2

### Choisir à droite l'application **Tableur & listes**

Rendre active la demi-page de droite, / E, puis C et choisir 3.

	A	B
1		
2		
3		
4		
5		

0/99 A1

### Redimensionner les demi-pages

/ C puis choisir 5 : Format de page, puis 1 : Personnaliser le partage d'écran et rétrécir la page de droite

### Simuler 34 dates d'anniversaires et les classer par ordre croissant

Revenir à l'écran de calcul et écrire les instructions ci-contre.

Valider par \*.

On obtient ainsi, dans la liste I1, 34 tirages aléatoires de nombres compris entre 1 et 365, classés par ordre croissant.

	A	B
1		
2		
3		
4		
5		

randInt(1,365,34) -> I1:SortA I1  
{119,297,197,113,249,13,293,9}

1/99 A1

## Découverte : V Simulations à l'aide du tableur

### Comparer les dates obtenues

Redimensionner les demi-pages.

Dans le tableur, nommer la première colonne l1, elle se remplit automatiquement avec les 34 éléments triés.

On détermine dans la colonne B les « jumeaux d'anniversaire » (nombre de cellules adjacentes identiques) grâce à l'instruction  $=\text{when}(a2=a1,1,0)$  écrite en cellule B1 et recopiée vers le bas jusqu'à B34.

*Remarque : afin de mieux utiliser la place, les colonnes du tableau ont été redimensionnées (b puis l -Actions-, puis 2 - Redimensionner -, et enfin l - Largeur des colonnes -)*

	A l1	B	C	D
1	1	0		
2	8	0		
3	16	0		
4	18	0		
5	23	0		

### Compter le nombre de paires de « jumeaux »

Entrer en C1, la formule  $=\text{sum}(b1:b34)$ . Valider.

Si la somme est nulle alors "il n'y a pas deux personnes ayant l'anniversaire le même jour", sinon il en existe au moins deux qui partagent le même jour anniversaire

Pour refaire une nouvelle simulation, il suffit de se placer dans l'écran de calcul, de taper  $\square$ . Le tableur s'actualise instantanément ce qui permet, en restant dans la page de calcul, de refaire de nouvelles simulations par appui de la seule touche  $\square$ .

*Remarque :*

*Pour voir qu'effectivement on gagne 3 fois sur 4, il suffit de demander à chaque élève de la classe de faire une simulation et de recenser combien d'élèves obtiennent, en C1, un nombre supérieur ou égal à 1.*

	A l1	B	C	D
1	4	0	4	
2	21	1		
3	21	0		
4	33	0		
5	45	0		

### Exercice 3 : détermination d'une aire par la méthode de Monte Carlo

On veut déterminer, par la méthode de Monte Carlo, une valeur approchée de l'aire de la partie du plan délimitée par l'arc de parabole d'équation  $y = x^2$  pour  $0 < x < 1$  et illustrer graphiquement.

Ouvrir un nouveau classeur et une page **Tableur & listes**.

**Découverte : V Simulations à l'aide du tableur**

**Définir les coordonnées des points**

Entrer les abscisses, puis les ordonnées des 200 points, respectivement dans les colonnes A et B.

Appeler **x** la colonne des abscisses et **y** la colonne des ordonnées.

**Différencier les points par rapport à la parabole**

Entrer dans la cellule C1 la formule : =when(a1²<b1,0,1) et la recopier jusqu'en C200.

**Calculer la fréquence des points situés sous la parabole**

En D1, entrer la formule =approx(mean(C1:C200)) pour avoir une valeur approchée de l'aire... à comparer avec  $\frac{1}{3}$  !

Remarque : les colonnes A et B ont été redimensionnées pour pouvoir lire les formules (b 1 : Actions, 2 : Redimensionner).

A	B	C	D
=rand(200)	=rand(200)		
0.283165	0.996507	0	0.31
0.440776	0.435404	0	
0.478321	0.722039	0	
0.066209	0.62205	0	
0.686869	0.997413	0	
D1		=approx(mean(C1:C200))	

**Représenter le tirage aléatoire**

Pour visualiser, nous allons construire deux nouvelles listes : nous allons conserver les "bons" points (ceux qui sont sous la parabole) et "enlever" les autres : le nuage de points (xa, ya) est donc l'ensemble des points situés sous la parabole et le point O (compté un certain nombre de fois !).

Il ne reste plus, à présent, qu'à insérer une page **Graphiques & géométrie** dans laquelle nous allons représenter la situation.

Définir la fenêtre (x et y dans [0 ; 1]).

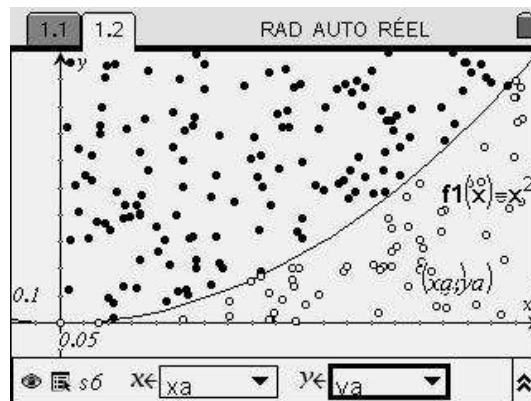
Entrer la fonction définie par  $f(x) = x^2$ .

Changer de type de graphique (nuages de points).

Définir le premier nuage s1 par (x, y) et le deuxième, s2, par (xa, ya). On observe 31% des points en dessous... et il ne reste plus qu'à relancer (/ R dans le tableur) pour observer une nouvelle proportion de points sous la parabole...

Remarque : nous avons préféré, pour des raisons de lisibilité, l'ajout d'une page plutôt qu'un affichage de deux demi-pages sur l'écran.

x	y	C	D	xa	ya
rand(200)	=rand(200)				
0.283165	0.996507	0	0.31	0	0
0.440776	0.435404	0		0	0
0.478321	0.722039	0		0	0
0.066209	0.62205	0		0	0
0.686869	0.997413	0		0	0
F1		=when(c1=1,b1,0)			



**Exercice 4 : le problème du duc de Toscane**

On lance trois dés équilibrés puis on calcule le total des trois dés. On s'intéresse ensuite à la fréquence du total neuf puis du total dix, obtenus au fur et à mesure, sur des échantillons de 100 totaux.

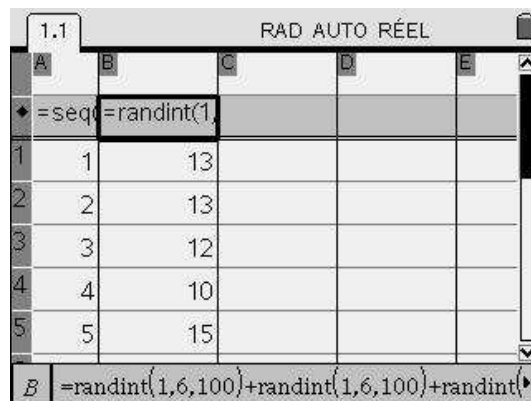
**Découverte : V Simulations à l'aide du tableur**

Ouvrir un nouveau classeur et une page **Tableur & listes**.

**Effectuer les 100 tirages et calculer les totaux**

Dans la colonne A, numéroter les lancers de 1 à 100.

Entrer dans la ligne d'édition de la colonne B la formule suivante, qui simule la somme du tirage de trois dés :  
 $=randInt(1,6,100)+randInt(1,6,100)+randInt(1,6,100)$ .



A	B	C	D	E
1	13			
2	13			
3	12			
4	10			
5	15			

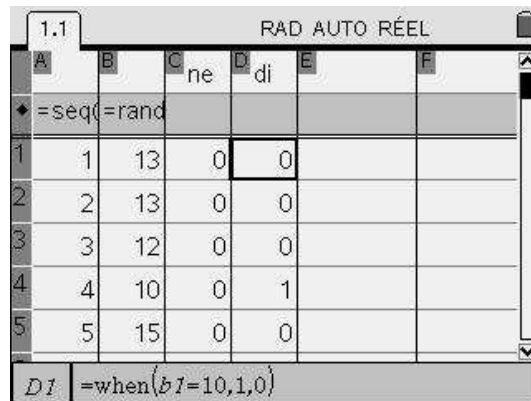
**Relever les fréquences du total 9 et du total 10**

Nommer **ne** et **di** les colonnes C et D.

On souhaite que les cellules de la colonne **ne** contiennent 1 lorsque le total correspondant est 9 et 0 lorsque ce total est différent de 9. Même chose pour la colonne **di** en remplaçant 9 par 10.

Dans la cellule C1, saisir :  $=when(B1=9,1,0)$  et dans la cellule D1 :  $=when(B1=10,1,0)$ .

Recopier C1 et D1 jusqu'à la ligne 100.



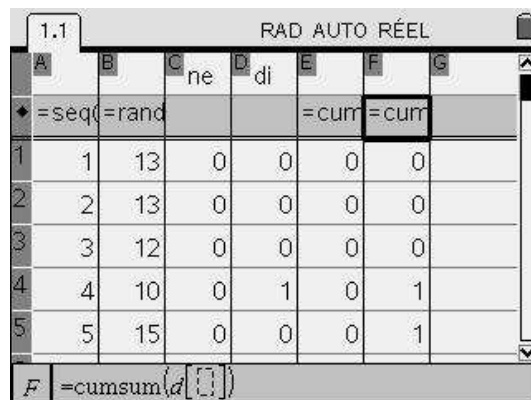
A	B	C ne	D di	E	F
1	13	0	0		
2	13	0	0		
3	12	0	0		
4	10	0	1		
5	15	0	0		

**Calculer les sommes cumulées des colonnes**

Dans les colonnes E et F, on compte le nombre de totaux neuf et dix obtenus au fur et à mesure :

On saisit, dans la ligne d'édition de la colonne E :  
 $=cumsum(C)$

On opère de même dans la colonne F.



A	B	C ne	D di	E	F	G
1	13	0	0	0	0	
2	13	0	0	0	0	
3	12	0	0	0	0	
4	10	0	1	0	1	
5	15	0	0	0	1	

**Calculer les fréquences au fur et à mesure des lancers**

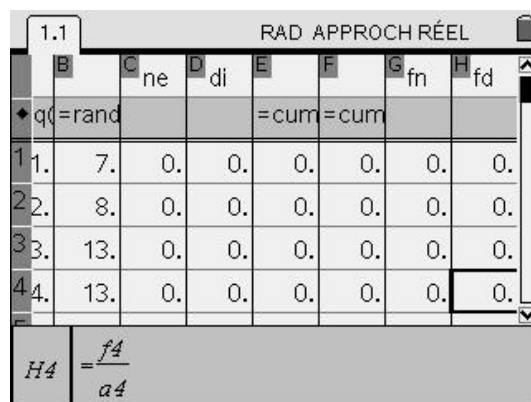
La colonne G, nommée **fn**, fournit les fréquences d'apparition du total 9 au fur et à mesure des lancers sous forme décimale. Même chose avec la colonne H, nommée **fd**, en remplaçant 9 par 10.

Configurer le classeur en valeurs approchées.

Dans la cellule G1 saisir :  $=E1/A1$ .

Dans la cellule H1 saisir :  $=F1/A1$ .

Recopier vers le bas jusqu'à la ligne 100.



A	B	C ne	D di	E	F	G fn	H fd
1	7	0	0	0	0	0	0
2	8	0	0	0	0	0	0
3	13	0	0	0	0	0	0
4	13	0	0	0	0	0	0

**Déplacer des colonnes**

On souhaite représenter les fréquences, en partageant en deux la page. Pour mieux « voir » les colonnes que l'on va représenter, on se propose de déplacer les colonnes G et H en B et C.

Sélectionner la colonne G en positionnant le curseur au début

### Découverte : V Simulations à l'aide du tableur

de la colonne puis en appuyant sur ▲.

**b** 1 : Actions, 1 : Déplacer la colonne, permet à l'aide du curseur de positionner la colonne G en B. Recommencer pour déplacer H en C.

*Remarque : les références relatives affectées par les déplacements sont modifiées en conséquence.*

### Représenter graphiquement les fréquences

Partager l'écran en deux parties.

Modifier la répartition des deux parties :

/ **C** (#) 6 : Format de page, 1 : Personnaliser le partage d'écran.

Avec le curseur **j**, modifier la position de la frontière entre les deux écrans que l'on valide avec **a**.

	B	C	D	E	F	G	H
1	0.	=rand	7.	0.	0.	0.	0.
2	0.	8.	0.	0.	0.	0.	0.
3	0.	13.	0.	0.	0.	0.	0.
4	0.	13.	0.	0.	0.	0.	0.
5	0.	8.	0.	0.	0.	0.	0.

	A	B	C
1	1.	0.	0
2	2.	0.	0
3	3.	0.	0
4	4.	0.	0

Appuyez sur Menu

$B1 = \frac{g1}{a1}$

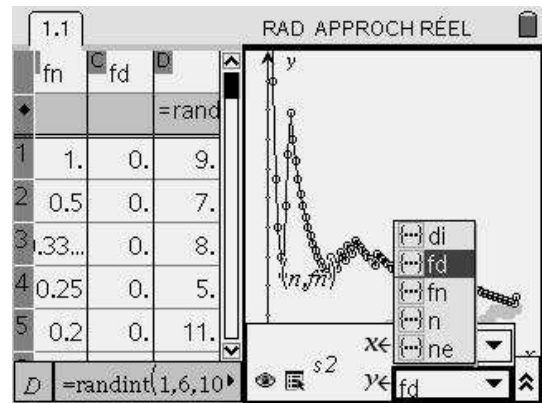
**Découverte : V Simulations à l'aide du tableur**

Ajouter l'application **Graphiques & géométrie** dans la partie droite. Choisir **Nuage de points**.

Dans le tableur, nommer  $n$  la colonne A.

Revenir dans l'application graphique.

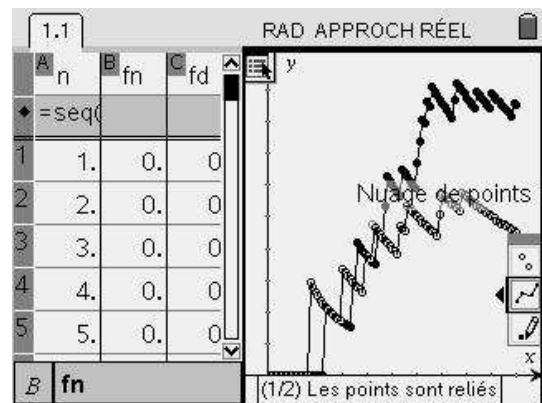
Définir le premier nuage  $s1$  par  $(n, fn)$  puis le deuxième  $s1$  par  $(n, fd)$



Cacher la ligne de saisie.

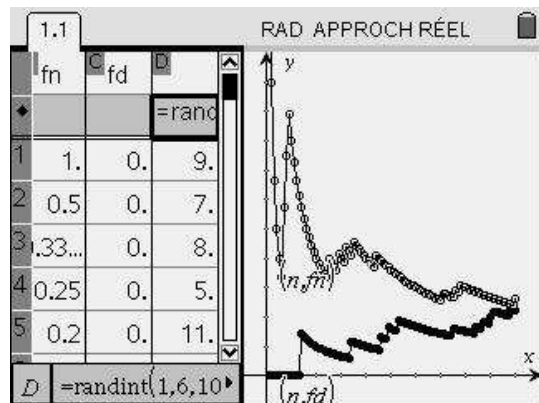
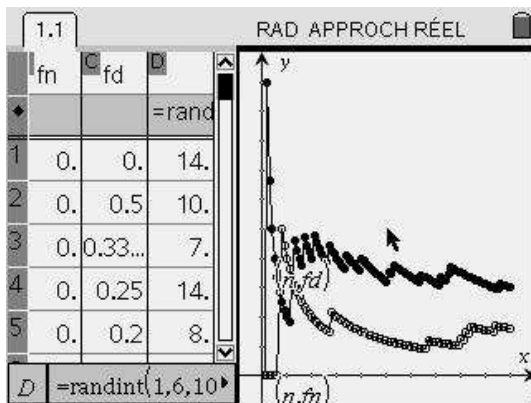
Ajuster la fenêtre au nuage de points (avec **Zoom-Données**).

Modifier l'aspect de la courbe (**Attributs**) et observer les résultats.



**Divers écrans correspondants à plusieurs séries de 100 totaux**

*Remarque : utiliser / R pour obtenir une réactualisation des données*



## ANNEXE

### 1. Compétences concernant les simulations et menant à un début de compréhension des probabilités continues (extraits des accompagnements des programmes).

Compétence attendue	Exemple de questions et réponses
<p><b>A la fin de la classe de Seconde :</b></p> <p><i>L'élève sera capable de décrire un procédé permettant de faire un tirage aléatoire d'un objet dans une liste finie, en utilisant une fonction Random qui fournit un nombre au hasard dans l'intervalle <math>[0 ; 1[</math>.</i></p>	<p>Comment utiliser la calculatrice pour simuler le tirage au hasard d'une carte d'un jeu de tarot ?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Description d'une liste ordonnée des cartes, numérotées de 1 à 78.</li> <li>- <math>N = E(78\text{Random} + 1)</math></li> <li>- La carte choisie est la <math>N</math> ième carte.</li> </ul>
<p><b>A la fin de la classe de Première S :</b></p> <p><i>L'élève sera capable de décrire un procédé permettant de faire un ou plusieurs tirages aléatoires d'un ou plusieurs objets dans une liste finie, en utilisant une fonction Random qui fournit un nombre au hasard dans <math>[0 ; 1[</math>.</i></p>	<p>Quelles sont les formules utilisables pour simuler la somme de deux dés ?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) <math>E(6\text{Random} + 1) + E(6\text{Random} + 1)</math></li> <li>b) <math>2E(6\text{Random} + 1)</math></li> <li>c) <math>E(6\text{Random}) + E(6\text{Random}) + 2</math></li> <li>d) <math>E(12\text{Random} + 1)</math></li> <li>e) <math>E(11\text{Random} + 2)</math></li> </ul> <p>Réponses :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>a) Oui</li> <li>b) Non, ne fournit que des nombres pairs</li> <li>c) Oui égale à a)</li> <li>d) Non, ne peut fournir le résultat 1</li> <li>e) Non, 6 aurait la même probabilité que 2.</li> </ul>
<p><b>A la fin de la classe de Terminale S:</b></p> <p><i>L'élève sera capable de décrire et justifier un procédé permettant de faire un ou plusieurs tirages aléatoires d'un ou plusieurs objets dans une liste finie, en utilisant une fonction Random qui fournit un nombre au hasard dans l'intervalle <math>[0 ; 1[</math>.</i></p>	<p>On considère que Random fournit un nombre <math>X</math> de l'intervalle <math>[0 ; 1[</math> tel que la probabilité que <math>X</math> appartienne à <math>[a ; b]</math> (inclus dans <math>[0 ; 1]</math> ) soit <math>b - a</math>.</p> <p>Montrer que <math>E(2\text{Random}^2)</math> ne permet pas de réaliser une simulation équiprobable du jeu Pile ou Face (Pile si 0 et Face si 1).</p> <p>Réponse :</p> <p>La probabilité de Pile est <math>\frac{0}{\sqrt{5}}</math> au lieu de 0,5.</p>

### 2. Quelques éléments bibliographiques. (liste subjective et non exhaustive...)

- Le jeu de la science et du hasard. La statistique et le vivant. D. Schwartz ( Flammarion)
- Simulation et statistique en seconde. Collectif (Université Paris Nord) Inter-IREM
- Enseigner le probabilités au lycée. Commission INTER IREM Statistique et probabilités.
- L'esprit des lois continues. Collectif. IREM d'Aquitaine
- Des statistiques à la pensée statistique. Collectif. IREM de Montpellier
- Enseigner la statistique au lycée : des enjeux aux méthodes . J.L. Piednoir et P. Dutarte (Université Paris Nord) Inter-IREM